

# SPRAWOZDANIE Z LABORATORIUM

## Teorii Obwodów

<b>Karol Kozłowski (spr)</b> Karol Nikściń Maciej Kobryń	Grupa lab.: 2	Termin: <b>CZWARTEK/N</b> <b>15<sup>15</sup></b>	Data: 2005-10-20
<b>Ćwiczenie nr 2</b> Stany nieustalone w obwodach RC, RL i RLC (zestaw Z1/7)			Ocena

### 1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest obserwacja stanów nieustalonych w obwodach pierwszego i drugiego rzędu przy pobudzeniu jednostkowym, pomiar wielkości charakteryzujących reakcje układów w stanach nieustalonych oraz porównanie wyników pomiarów i obserwacji z wynikami uzyskanymi z analizy teoretycznej.

### 2 Przebieg ćwiczenia

#### 2.1 Badanie układu pierwszego rzędu $RC$ przy pobudzeniu $E \cdot I(t)$

- 2.1.1 Wydrukować oscylogramy napięcia  $u_C(t)$  dla trzech różnych wartości rezystancji  $R$  przy wybranej wartości pojemności  $C$ . Dla jednej z wartości  $R$  wydrukować również oscylogram napięcia  $u_R(t)$ . Dla każdej z tych rezystancji zmierzyć stałą czasu za pomocą oscyloskopu.
- 2.1.2 Wydrukować oscylogramy napięcia  $u_C(t)$  dla trzech różnych wartości pojemności  $C$  przy wybranej wartości  $R$ . Dla jednej z wartości  $C$  wydrukować również oscylogram napięcia  $u_R(t)$ . Dla każdej z tych pojemności zmierzyć stałą czasu za pomocą oscyloskopu.
- 2.1.3 Zaznaczyć na oscylogramach stałe czasu  $\tau$  i czasy ustalania się  $t_u$ .
- 2.1.4 Obliczyć wartości pojemności  $C1$ ,  $C2$ ,  $C3$  na podstawie zmierzonych wartości (uwzględnić rezystancję wewnętrzną generatora  $R_g = 50$ ).

#### 2.2 Badanie układu pierwszego rzędu $RL$ przy pobudzeniu $E \cdot I(t)$

- 2.2.1 Wydrukować oscylogramy napięcia  $u_L(t)$  dla trzech różnych wartości rezystancji  $R$  przy wybranej wartości indukcyjności  $L$ . Dla jednej z wartości  $R$  wydrukować również oscylogram napięcia  $u_R(t)$ . Dla każdej z tych rezystancji zmierzyć stałą czasu za pomocą oscyloskopu.
- 2.2.2 Wydrukować oscylogramy napięcia  $u_L(t)$  dla trzech różnych wartości  $L$  przy wybranej wartości  $R$ . Dla jednej z wartości  $L$  wydrukować oscylogram napięcia  $u_R(t)$ . Dla każdej z tych indukcyjności zmierzyć stałą czasu za pomocą oscyloskopu.
- 2.2.3 Zaznaczyć na oscylogramach stałe czasu i czasy ustalania się  $t_u$ .
- 2.2.4 Obliczyć wartości indukcyjności  $L1$ ,  $L2$ ,  $L3$  na podstawie zmierzonych wartości  $\tau$  (uwzględnić rezystancję wewnętrzną generatora).

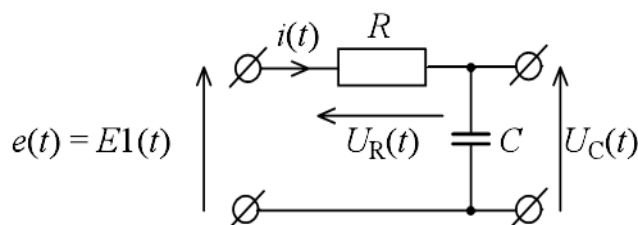
## 2.3 Badanie układu drugiego rzędu $RLC$ przy pobudzeniu $E \cdot 1(t)$

- 2.3.1 Dobrać pojemność  $C$  i indukcyjność  $L$  tak, aby zmieniając rezystancję  $R$  uzyskać odpowiedź o charakterze aperiodycznym, aperiodycznym krytycznym i oscylacyjnym. Dla wszystkich przypadków wydrukować oscylogramy napięć  $u_C(t)$  i  $u_R(t)$ .
- 2.3.2 Dla indukcyjności  $L_2$  i każdej pojemności  $C$  dobrać  $R$  tak, aby podczas zmiany  $C$  uzyskiwać zawsze przypadek oscylacyjny. Wyznaczyć z każdego z oscylogramów stałe  $A$  i  $\beta$ . Czy  $A$  oraz  $\beta$  zależą od wielkości pojemności  $C$ ?
- 2.3.3 Zmierzyć i przedstawić w postaci wykresu zależności czasu ustalania  $t_u = f(R)$  dla ustalonych w p.2.3.1 wartości  $L$  i  $C$  i rezystancji  $R$  zmienianej w zakresie od  $0.2R_{kr}$  do  $5R_{kr}$ .

## 3 Wyniki i opracowanie pomiarów

### 3.1 Badanie układu pierwszego rzędu $RC$ przy pobudzeniu $E \cdot 1(t)$

- 3.1.1 Schemat układu pomiarowego oraz wykorzystane wzory



Schemat 1: Układ pomiarowy obwodu  $RC$

Wartości elementów:  $R_1 = 4 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{E}{R} \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} \right\} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} 1(t)$$

Wzór 1: Wzór opisujący zależność prądu od czasu w szeregowym układzie  $RC$

$$u_c(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{E}{RC} \frac{1}{s \left( s + \frac{1}{RC} \right)} \right\} = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) 1(t)$$

Wzór 2: Wzór opisujący zależność napięcia na kondensatorze od czasu w szeregowym układzie  $RC$

- 3.1.2 **Tabela 1** wartości stałej czasu  $\tau_w$  odczytanej z **wykresu 1.1a** (za stałą czasu przyjmuje się 1/3 czasu ustalania  $t_u$ , czyli czasu w jakim wartość  $U_c(t)$  osiąga 95% wartości ustalonej):

"R"	"C"	$\tau_w [\mu s]$
$R_1$	$C_1$	38,33
$R_2$	$C_1$	19,57
$R_3$	$C_1$	11,25

Tabela 1: Tabela wartości stałych czasowych obwodu  $RC$

3.1.3 **Tabela 2** porównawcza wartości stałej czasu odczytanej z **wykresu 1.2a** ( $\tau_w$ ) oraz zmierzonej za pomocą oscyloskopu ( $\tau_o$ )

"R"	"C"	$\tau_w [\mu s]$	$\tau_o [\mu s]$
R <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>	37,50	41,5186
R <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	189,56	193,943
R <sub>1</sub>	C <sub>3</sub>	491,66	567,872

Tabela 2: Tabela porównawcza wartości stałych czasowych obwodu RC

$\tau_w$  – wartość stałej czasu odczytana z wykresu.

$$\tau_o = \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{\Delta U_1}{\Delta U_2}\right)}$$

$\tau_o$  – wartość stałej czasu zmierzona za pomocą oscyloskopu

Wzór 3

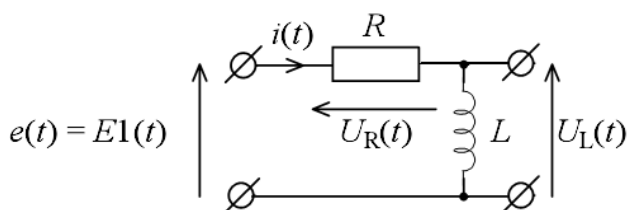
3.1.4 **Tabela 3** wyliczonych wartości elementów na podstawie odczytanych danych ( $\tau = R \cdot C$ ,  $R = 4k\Omega + 15\Omega$  – rezystancja wewnętrzna generatora)

"C"	C dla $\tau_w [nF]$	C dla $\tau_o [nF]$
C <sub>1</sub>	9,33998	10,3409
C <sub>2</sub>	47,213	48,3046
C <sub>3</sub>	122,456	141,438

Tabela 3: Tabela wyliczonych pojemności

### 3.2 Badanie układu pierwszego rzędu RL przy pobudzeniu $E \cdot 1(t)$

3.2.1 Schemat układu pomiarowego oraz wykorzystane wzory:



Schemat 2: Układ pomiarowy obwodu LC

Wartości elementów:  $R_1 = 1,5 k\Omega$ ,  $R_2 = 1 k\Omega$ ,  $R_3 = 500 \Omega$

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\frac{E}{s}}{R + sL} = \frac{E}{L} \frac{1}{s \left( s + \frac{R}{L} \right)} \right\} = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) 1(t)$$

Wzór 4: Wzór opisujący zależność prądu od czasu w szeregowym układzie RL

$$u_L(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{E}{\left( s + \frac{R}{L} \right)} \right\} = E e^{-\frac{R}{L}t} 1(t)$$

Wzór 5: Wzór opisujący zależność napięcia na cewce od czasu w szeregowym układzie RL

3.2.2 **Tabela 4** wartości stałej czasu  $\tau_w$  odczytanej z **wykresu 2.1a** :

"R"	"L"	$\tau_w [\mu s]$
R <sub>1</sub>	L <sub>1</sub>	170,833
R <sub>2</sub>	L <sub>1</sub>	91,667
R <sub>3</sub>	L <sub>1</sub>	62,5

Tabela 4: Tabela stałych czasowych obwodu LC

3.2.3 **Tabela 5** porównawcza wartości stałej czasu odczytanej z **wykresu 2.2a** ( $\tau_w$ ) oraz zmierzonej za pomocą oscyloskopu ( $\tau_o$ ):

"R"	"L"	$\tau_w [\mu s]$	$\tau_o [\mu s]$
R <sub>3</sub>	L <sub>1</sub>	160,417	176,661
R <sub>3</sub>	L <sub>2</sub>	79,1667	77,4356
R <sub>3</sub>	L <sub>3</sub>	20,8333	22,2447

Tabela 5: Tabela porównawcza wartości stałych czasowych obwodu RL

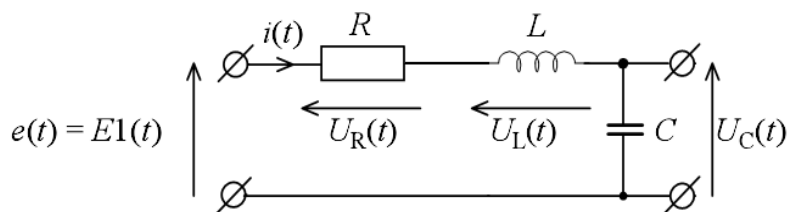
3.2.4 **Tabela 6** wyliczonych wartości elementów na podstawie odczytanych danych  
 (  $\tau = \frac{L}{R}$  ,  $R = 500 \Omega + 15 \Omega$  – rezystancja wewnętrzna generatora )

"L"	L dla $\tau_w [mH]$	L dla $\tau_o [mH]$
L <sub>1</sub>	82,6148	90,9804
L <sub>2</sub>	40,7709	39,8793
L <sub>3</sub>	10,7291	11,456

Tabela 6: Tabela wyliczonych indukcyjności

### 3.3 Badanie układu drugiego rzędu RLC przy pobudzeniu $E \cdot 1(t)$

3.3.1 Schemat układu pomiarowego oraz wykorzystane wzory



Schemat 3: Układ pomiarowy obwodu RLC

$$i(t) = \left( \frac{E}{LB} e^{-At} \operatorname{sh}(Bt) \right) 1(t)$$

Wzór 6: Wzór opisujący zależność prądu od czasu w szeregowym układzie RLC

$$u_c(t) = E \left[ 1 - e^{-At} \left( \operatorname{ch}(Bt) + \frac{A}{B} \operatorname{sh}(Bt) \right) \right] 1(t)$$

$$u_L(t) = E \left[ e^{-At} \left( \operatorname{ch}(Bt) - \frac{A}{B} \operatorname{sh}(Bt) \right) \right] 1(t),$$

Wzór 7: Wzory opisujące zależności napięć na kondensatorze i cewce od czasu w szeregowym układzie RLC

3.3.2 **Tabela 7** odczytanych z **wykresu 3.1a** wartości czasu ustalania szeregowego obwodu RLC (Wyliczona rezystancja krytyczna wynosi  $R_{kr} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = 6,513 k$  )

"C", "L"	$R [k\Omega]$	$\tau [\mu s]$	charakter
C <sub>1</sub> , L <sub>1</sub>	1	437,5	oscylacyjny
C <sub>1</sub> , L <sub>1</sub>	5,3	35,9375	krytyczny
C <sub>1</sub> , L <sub>1</sub>	9	145,833	aperiodyczny

Tabela 7: Tabela stałych czasowych obwodu RLC w zależności od charakteru przebiegu

Poszczególne przypadki występują gdy odpowiednie parametry (**wzory 8 i 9**) w przebiegach czasowych opisanych **wzorami 6 i 7** osiągną podane w **tabeli 8** wartości:

$$A = \frac{R}{2L}$$

Wzór 9: opisujący stałą  $A$

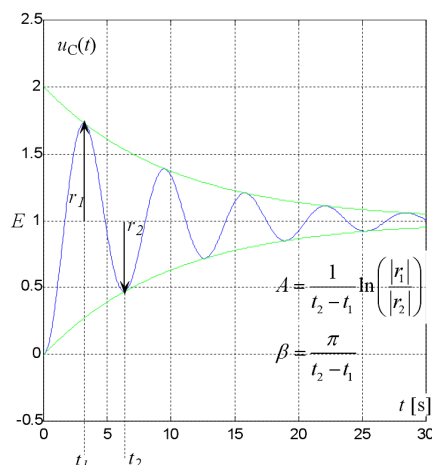
$$B = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC}}$$

Wzór 8: opisujący stałą  $B$

charakter	$A$	$B$
oscylacyjny	$A \in \mathbf{Z}$	$Im\{B\} \neq 0;$ $B = j\beta$
krytyczny	$A \in \mathbf{Z}$	$B = 0$
aperiodyczny	$A \in \mathbf{Z}$	$Im\{B\} = 0;$ $R > 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$

Tabela 8: Wartości parametrów  $A$  i  $B$  w zależności od charakteru krzywej

3.3.3 **Tabela 9** odczytanych z **wykresów 3.2a,b,c** wartości stałych  $A$  oraz  $\beta$



Ilustracja 1: Metoda wyznaczania stałych  $A$  i  $B$  na podstawie oscylogramu

"C",	"L"	$R [\Omega]$	$A [Hz]$	$\beta [Hz]$
C <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	500	6836,42	45695,9
C <sub>2</sub>	L <sub>2</sub>	300	4324,79	21854,6
C <sub>3</sub>	L <sub>2</sub>	150	2688,38	13585,3

Tabela 9: Porównanie wartości stałych  $A$  oraz  $\beta$  dla poszczególnych przebiegów oscylacyjnych ( wykresy 3.2a,b,c )

## 4 Wnioski

### 4.1 Badanie układu pierwszego rzędu RC przy pobudzeniu $E \cdot 1(t)$

Przebieg napięcia  $U_c(t)$  dla szeregowego układu RC wyrażony jest *wzorem 2*. Jednoznacznie wynika z niego, że czas ustalania  $t_u$  zależy od wartości stałej czasowej  $\tau = R \cdot C$  co można zaobserwować analizując *wykres 1.1a* oraz *wykres 1.2a*. Oczywiście jest że wraz ze wzrostem wartości jednego z czynników stałej czasowej ich iloczyn będzie również wzrastał co można zaobserwować na w/w. wykresach oraz w *tabeli 1 i 2*. Obliczenia stałej czasowej wykonywaliśmy dwoma metodami. Pierwsza metoda polegała na odczycie określonych parametrów z ekranu oscyloskopu i podstawieniu ich do *wzoru 3*. Druga metoda polegała na odczytaniu z wykresu czasu ustalania  $t_u$  (za czas ustalania przyjmuje się czas, w którym wartość napięcia  $U_c(t)$  osiąga 95% wartości tego napięcia w stanie ustalonym) którego wartość to około trzech stałych czasowych. Porównanie wyników obydwu metod znajduje się w *tabeli 2*. Różnica pomiędzy obydwoma metodami wynosi około 10%, zważywszy na rząd obliczeń i dużą niedokładność pomiarową obydwu metod można przyjąć że te wyniki są zbliżone do prawidłowych. W *tabeli 3* przedstawione są oszacowane wartości elementów pojemnościowych z podziałem na obydwie metody obliczeń. Wyniki te są zbliżone do siebie.

### 4.2 Badanie układu pierwszego rzędu RL przy pobudzeniu $E \cdot 1(t)$

Przebieg napięcia  $U_L(t)$  dla szeregowego układu RL wyrażony jest *wzorem 5*. Jednoznacznie wynika z niego, że czas ustalania  $t_u$  zależy od wartości stałej czasowej

$$\tau = \frac{L}{R} \text{ co można zaobserwować analizując } \textit{wykres 2.1a} \text{ oraz } \textit{wykres 2.2a}.$$

Oczywiście jest że wraz ze wzrostem wartości rezystancji wartość stałej czasowej będzie maleć, natomiast ze wzrostem indukcyjności będzie rosła co można zaobserwować na w/w. wykresach oraz w *tabeli 4 i 5*. Obliczenia stałej czasowej wykonywaliśmy dwoma metodami. Pierwsza metoda polegała na odczycie określonych parametrów z ekranu oscyloskopu i podstawieniu ich do *wzoru 3*. Druga metoda polegała na odczytaniu z wykresu czasu ustalania  $t_u$  (za czas ustalania przyjmuje się czas, w którym wartość napięcia  $U_L(t)$  osiąga 5% wartości napięcia początkowego) którego wartość to około trzech stałych czasowych. Porównanie wyników obydwu metod znajduje się w *tabeli 5*. Różnica pomiędzy obydwoma metodami wynosi około 10%, zważywszy na rząd obliczeń i dużą niedokładność pomiarową obydwu metod można przyjąć że te wyniki są zbliżone do prawidłowych. W *tabeli 6* przedstawione są oszacowane wartości indukcyjności z podziałem na obydwie metody obliczeń. Wyniki te są zbliżone do siebie, podobnie jak w poprzednim przypadku.

### 4.3 Badanie układu drugiego rzędu RLC przy pobudzeniu $E \cdot 1(t)$

Ostatnie pomiary wykonywaliśmy na obwodzie RLC. Przebiegi napięcia na kondensatorze i cewce przedstawione są odpowiednio *wzorami 7. Tabela 7* oraz *wykresy 3.1a i 3.1b* przedstawiają oscylogramy badanego obwodu dla trzech charakterystycznych przebiegów. Doświadczalnie wyznaczona wartość rezystancji krytycznej wyniosła  $5,3k\Omega$ , co dość znacznie odbiega od wyliczonej rezystancji

krytycznej która wyniosła  $R_{kr} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = 6,513k$ . Było to najprawdopodobniej

spowodowane niedokładnością wyznaczenia wartości  $L$  i  $C$  w punkcie 3.1 i 3.2. Kolejne ćwiczenie polegało na wyznaczeniu z *wykresów 3.2a,b,c* stałych  $A$  oraz  $\beta$  dla trzech różnych wartości pojemności przy stałej indukcyjności. Wyniki obliczeń pokazały że stałe  $A$  oraz  $\beta$  zależą znacznie od wartości pojemności  $C$ .